

Δεύτερο Παγκόσμιο Συνέδριο,  
"Βυζαντινός Μουσικός Πολιτισμός"  
10 έως 14 Ιουνίου 2009, Παιανία Αττικής

Ευαγγέλου Σολδάτου

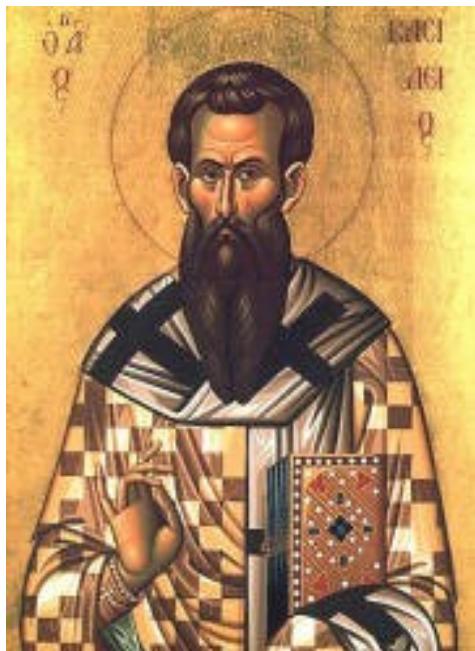
**Το δια τριών σύστημα και η Χρυσή τομή του Πυθαγόρα**

«έστιν ἀρα η αρετή ἔξις προαιρετική, εν μεσότητι ούσα τη προς ημάς, ωρισμένη λόγω και ω αν ο φρόνιμος ορίσειεν».

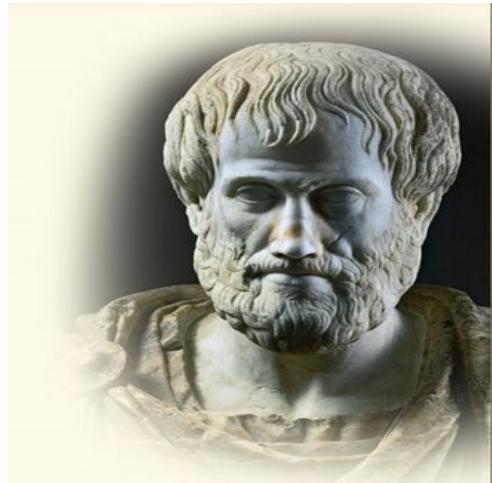
Αριστοτέλης



## Αρετή και Μεσότητα



Βελτίωση του ανθρώπου κατά τους αρχαίους φιλοσόφους αλλά και κατά τους πατέρες της εκκλησίας είναι η αρετή. Μόνο ο ενάρετος άνθρωπος είναι πραγματικά ευτυχισμένος.



Ο Αριστοτέλης ήταν ο πρώτος που μοντελοποίησε την αρχαιοελληνική αξία του μέτρου η οποία αρχικά απασχόλησε τον Πλάτωνα.

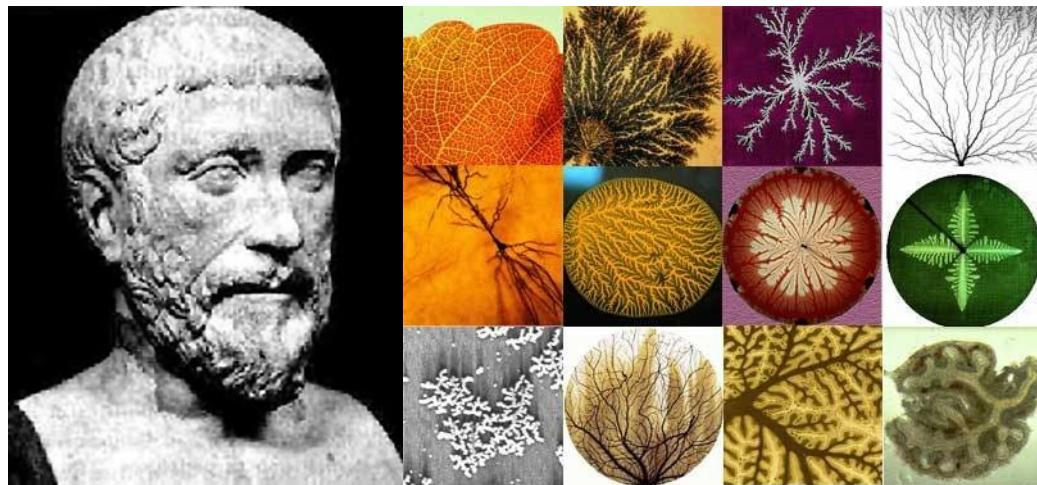


Την όρισε στο μέσο μεταξύ δύο υπερβολών : «ἔστιν ἄρα ή ἀρετὴ ἔξις προαιρετική, ἐν μεσότητι οὖσα τῇ πρὸς ἡμᾶς, ὡρισμένη λόγῳ καὶ ὡς ἀν ὁ φρόνιμος δρίσειεν». Αργότερα πολλοί πατέρες της Εκκλησίας την προσδιορίζουν με τον ίδιο τρόπο. Ο Μ. Βασίλειος λέει ότι η αρετή βρίσκεται στην μεσότητα και στη συμμετρία: «Μεσότης γάρ καί συμμετρία τις ἀρετῆ· αἱ δέ ἐφ' ἐκάτερα τήν ἀρετήν ἐκβαίνουσα ύπερβολαί καί ἐλλείψεις, ἀμετρία καί αἰσχος». Ο Γρηγόριος ο Νύσσης

επίσης αναφέρει ότι «πάσης αρετής μεσότητι θεωρουμένης η επί τα παρακείμενα παρατροπή κακία εστίν' Υφέσεως γάρ καὶ επιτάσεως πανταχού τις το μέσον απολαβών την αρετήν εκ της κακίας διέκρινε».

Αυτή την διδασκαλία της αρετής, της συμμετρίας και της μεσότητας την συναντούμε στα μαθηματικά και στην μουσική, δύο επιστήμες οι οποίες ήταν ταυτόσημες στα αρχαία χρόνια.

## Η Χρυσή τομή Φ του Πυθαγόρα



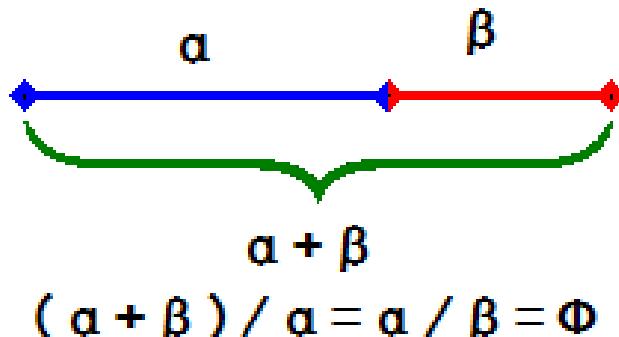
Ο Πυθαγόρας είχε παρατηρήσει ότι οι περισσότερες αναλογίες στην φύση τείνουν να ακολουθούν μια συγκεκριμένη αναλογία, την χρυσή τομή φ. Όμορφα σώματα και πρόσωπα ανδρών και γυναικών βασίζονται σε αυτήν την αναλογία. Αυτήν την αναλογία ακολούθησαν οι μεγάλοι καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες της αρχαιότητας, όπως ο γλύπτης Φειδίας (από τον οποίο πήρε το αρχικό γράμμα φ), αλλά και της ρωμαϊστικής.

*"Σαν τα μάρμαρα της πόλης που 'ναι στην Αγιά Σοφιά έτσι τα 'χεις ταιριασμένα μάτια φρύδια και μαλιά"*



Τί ακριβώς είναι η χρυσή τομή:

Η χρυσή τομή δίνει το σημείο που πρέπει να διαιρεθεί ένα ευθύγραμμο τμήμα, ώστε ο λόγος του ως προς το μεγαλύτερο τμήμα να ισούται με τον λόγο του μεγαλύτερου τμήματος ως προς το μικρότερο



Από την σχέση αυτή καταλήγουμε σε αυτήν την δευτεροβάθμια εξίσωση:  $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ . οποία αν την επιλύσουμε βρίσκουμε την αριθμητική αξία της χρυσής τομής  $\Phi$

$$\boxed{\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339887\dots}$$

## Ακολουθία Fibonacci



Η ακολουθία Fibonacci είναι μία ακολουθία αριθμών όπου ο κάθε όρος της είναι το άθροισμα των δύο προηγουμένων κι έχει τον εξής αναδρομικό τύπο:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

ακολουθία Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597.....

Ο λόγος μεταξύ δύο διαδοχικών όρων της ακολουθίας τείνει και από κάποιο σημείο κι έπειτα εξισώνεται με την χρυσή τομή  $\Phi(1,618..)$

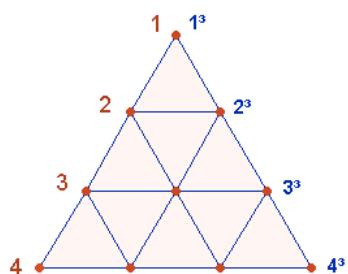
Ο χρυσός αριθμός  $\Phi$  έχει εφαρμογή και στα συστήματα της ελληνικής μουσικής, ειδικότερα στο σύστημα της όμοιας διφωνίας.

## Σύστημα-Ορισμός

Σύστημα κατά τους αρχαίους (Αριστόξενος Κλεωνίδης, Νικόμαχος κ.α.) είναι εκείνο που εκτελείται δια μέσου περισσοτέρων των δύο φθόγγων ή αλλιώς έχει πάνω από ένα διαστήματα.

«Σύστημα δε εστί το εκ πλειόνων ή ενός διαστημάτων συγκείμενον» (Εισαγωγή Αρμονική, Κλεωνίδης)

## Τα συστήματα της Μουσικής



Τα τρία κυριότερα συστήματα είναι το διά πασών, το διά πέντε και το διά τεσσάρων και προκύπτουν από τις συμφωνίες της τετρακτύδος 1:2:3:4. Τετρακτύς είναι το άθροισμα των πρώτων τεσσάρων φυσικών αριθμών ( $1+2+3+4=10$ ) Οι αναλογίες της τετρακτύδος δημιουργούν την Αρμονία, που για τους Πυθαγορείους είχε κοσμική σημασία.

## Το δια τριών σύστημα

Ο Χρύσανθος Στο Θεωρητικό του (Τεργέστη 1832) πέραν των κλασικών συμφωνιών αναφέρει και το διά τριών σύστημα.

Επίσης σύμφωνα με τον ορισμό του συστήματος τον οποίο μας έχει δώσει ο Κλεωνίδης, το μικρότερο σύστημα είναι το διά τριών σύστημα.

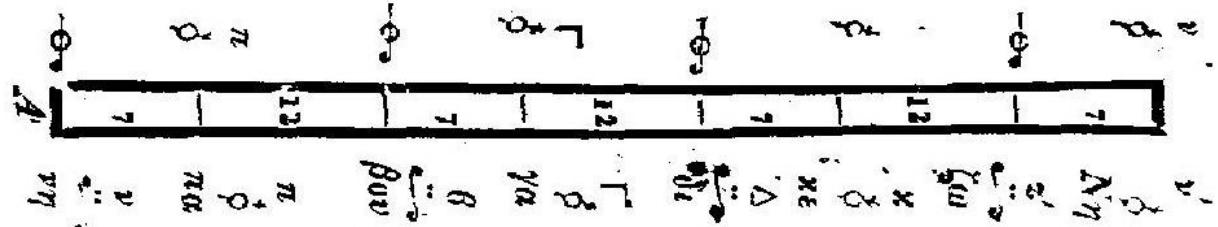
§. 57. Ἐκ τοῦ ἀποτελέσματος τοῦ συνδιασμοῦ τῶν φθόγγων, γνωρίζονται εἰς ἡμᾶς τὴν σήμερον συμφωνίαι τέσσαρες

ἡ Διατριῶν,	βον δι.	19
ἡ Διατεσσάρων	νη γα.	28
ἡ Διαπέντε,	νη δι.	40
καὶ ἡ Διαπασῶν, νη Νη. (β)	68.	

β) Ἡ Διατριῶν δὲν ἐτάττετο ὑπὸ τῶν παλαιῶν εἰς τὴν τάξιν τῶν συμφωνιῶν περὶ δὲ τῶν λοιπῶν συμφωνιῶν ἔδιδον λόγους δὲ ἀριθμῶν τοὺς ἔξης, καθὼς ἀναφέρει ὁ Γανδέντιος.

## Η Χρωματική κλίμακα της όμοιας διφωνίας του Χρυσάνθου

Ο Χρύσανθος την κλίμακα την οποία οδεύει κατά το δια τριών σύστημα την κατατάσσει στο χωματικό γένος και είναι αυτή:



Παρατηρούμε ότι ενώ η διατονική και όλες οι κλίμακές συμπληρώνουν την οκτάβα, 68 τμημάτων, αυτή φαίνεται από το σχήμα που μας έχει ο Χρύσανθος να είναι ελλιπής με 64 τμήματα. Στην §244 όμως αναφέρει ότι μόνο οι φθόγγοι βου-γα-δι ταυτίζονται με την διατονική ενώ οι υπόλοιποι κινούνται. Κινούνται προφανώς για να είναι δυνατή η δημιουργία τελείου πενταχόρδου και διαπασών.

§. 244. *‘Η χρωματικὴ κλίμαξ νη ῳ βου γα δι δι  
ζω Νη σχηματίζει ὅχι τετράχορδα, ἀλλὰ τρίχορδα  
πάντη ὅμοια καὶ συνημμένα τετον τὸν τρόπον’*

*νη ῳ βου, βου γα δι, δι ῳ ζω, ζω νη Πα.*

*Αὗτη ἡ κλίμαξ ἀφομένη ἀπὸ τε δι, εἰμὲν πρό-  
εισιν ἐπὶ τὸ βαρὺ, θέλει τὸ μὲν δι γα διάστημα τό-  
νον μείζονα· τὸ δὲ γα βου τόνον ἐλάχιστον· τὸ δὲ  
βου πα, τόνον μείζονα· καὶ τὸ πα νη, τόνον ἐλά-  
χιστον. Εἰδὲ πρόεισιν ἐπὶ τὸ δξὺ, θέλει τὸ μὲν δι  
κε διάστημα τόνον ἐλάχιστον· τὸ δὲ κε ζω, τόνον  
μείζονα· τὸ δὲ ζω γη, τόνον ἐλάχιστον· καὶ τὸ νη  
Πα, τόνον μείζονα. Όσιε ταύτης τῆς χρωματικῆς  
κλίμακος μόνον οἱ βου γα δι φθόγγοι ταυτίζονται  
μὲ τοὺς βου γα δι φθόγγους τῆς διατονικῆς κλίμα-  
κος· οἱ δὲ λοιποὶ κινεῖνται. Λιότι τὸ βου νη διά-  
στημα κατὰ ταύτην μὲν τὴν κλίμακα περιέχει τόνος  
μείζονα καὶ ἐλάχιστον· κατὰ δὲ τὴν διατονικὴν κλί-  
μακα περιέχει τόνους ἐλάσσονα καὶ μείζονα· ὅμοιας  
καὶ τὸ δι ζω διάστημα.*

Στην §331 γράφει ότι ο Νη της χρωματικής κλίμακας είναι οξύτερος από αυτόν της διατονικής. Πότε συμβαίνει αυτό όμως; Όταν το απίχημα καταλήγει στον βου κι όχι στον δι. Ο βού δηλαδή εδώ παίζει θα λέγαμε τον ρόλο του δι, της αρχικής βάσης του ήχου. Έτσι δικαιολογημένα ο Νη της διατονικής δεν ταυτίζεται αφού η διφωνία βου-δι, κατά τον Χρύσανθο, είναι κατά τι μικρότερη από τις άλλες διφωνίες των οποίων οι φθόγγοι κινούνται.

§. 331. Ἐνάρχεται δὲ τὸ μὲν Ἀπήκημα ἵς Δευτέρου ἥχος ἀπὸ τῆς β8, ὃν λήγη εἰς τὸν διάνομον ὅμως λήγη εἰς τὸν β8!, ἐνάρχεται μὲν ἀπὸ τῆς νη, ζητεῖ δὲ τὸ μὲν β8 παδιάστημα τόνοι μείζονα· τὸ δὲ πα νη, τόνον ἐλάχιστον. Ὁθεν οὗτος ὁ νη εὑρίσκεται ὀλίγον ὀξύτερος ἀπὸ τὸν διατονικὸν νη. Αὐτὸς δὲ ὁ δεύτερος ἥχος ἐνάρχεται ἀπὸ τῆς β8, ἢ ἀπὸ τοῦ δι μεταβαίνων δὲ ἀπὸ μὲν τῆς πρώτου ἥχου, φίσει μὲν ἐνάρχεται κατ' ἐλάσσονα τόνον ἐπὶ τὸ ὀξύ μεταθέσει δὲ, ἀπὸ τῆς αὐτοῦ ἵσου ἀσαίτως δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ τετάρτου λήγοντος εἰς τὸν β8, ἀπὸ τῆς αὐτοῦ ἵσου. Ἀπὸ δὲ τῶν πλαγίων, πρώτουτε καὶ δευτέρου καὶ τετάρτου, κατὰ τετρατονίαν ἐπὶ τὸ ὀξύ ἀπὸ δὲ τῆς τρίτου καὶ βαρέος, κατὰ διτονίαν ἐπὶ τὸ ὀξύ.

Ο ορισμός του Χρώματος κατά τον Χρύσανθο

**ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'.**

**Περὶ Χρωματικοῦ Γένους.**

§. 240.

**Χ**ρωματικὸν δὲ γένος εἶναι ἐκεῖνο, τῆς ὅποίου εἰς τὴν κλίμακα εὑρίσκονται ἡμίτονα ἢ ἐν ὑφέσει, ἢ ἐν διέσει, ἢ ἐν διέσει καὶ ὑφέσει. Ἐν μὲν ὑφέσει θτῶνη δι βου γα, δι δι ζω Νη. ἐν δὲ διέσει οὕτω πα βου δι, κε ζω δ Πα. ἐν δὲ διέσει ἄμα καὶ ὑφέσει, οὕτω πα δ δι, κε δ Να. Εἰς ταύτην δὲ τὴν κλίμακα ἀπαντῶνται δύο μὲν διέσεις, δύο δὲ ὑφέσεις.

# Ο ορισμός του Ημιτονίου κατά τον Χρύσανθο

## ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'.

### Περὶ Ημιτόνων.

§. 229.

**Τ**όνοι ὠνομάσθησαν τὰ ἐπιὰ διαστήματα τῆς διατονικῆς κλίμακος πα βε γα δι κε ζω νη Πα. Ὄταν δὲ χωρισθῇ ἐν ἀπὸ αὐτὰ δίχα μὲν, δχι ὅμως καὶ κατὰ μέσον ἀκριβῶς, καὶ ληφθῇ τὸ ἐν ἀπὸ τὰ δύο διαστήματα, τὸ τοιοῦτον διάστημα δονομάζεται Ημίτονον (α).

Εἰς ταύτην δὲ τὴν κλίμακα ἀπαντῶνται δύο μὲν διέσεις, δύο δὲ ὑφέσεις.

α) Τὸ Ημίτονον δὲν ἔννοεῖ τὸν τόνον διηρημένον ἀκριβῶς εἰς δύο, ὡς τὰ δώδεκα εἰς ἕξ καὶ ἕξ, ἀλλ' ἀσρίστως ἔγοντα τὰ δώδεκα εἰς δκτῶ καὶ τέσσαρα, ἢ εἰς ἔννέα καὶ τοία, καὶ τὰ λοιπά. Διότι ὁ γα δι τόνος διαιρεῖται εἰς δύο διαστήματα, ἀπὸ τὰ ὅποια τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ δξέος ἐπὶ τὸ βαρὺ εἶναι τριτημόριον τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ βαρέος ἐπὶ τὸ δξν, εἶναι δύο τριτημόρια, καὶ τὰ λοιπά. Είναι ἔτι δυνατὸν νὰ διαιρεθῇ καὶ ἀλλέως τὸ ημίτονον ὅμως τοῦ βου γα τόρα καὶ τοῦ ζω νη, εἶναι τὸ μικρότατον; καὶ δὲν δέχεται διαιφροτειχὴν διαιρεσιν διότι λογίζεται ὡς τεταρτημόριον τοῦ μείζονος τόνου ἔγοντα ὡς 3:12.

Ημιτόνιο σημαίνει ατελής τόνος. Μπορεί δηλαδή να είναι διάσημα από εναρμόνιο δίεση μέχρι και ελάσσονα τόνο!

Σύμφωνα με τους άνω ορισμούς από το θεωρητικό του Χρυσάνθου συμπεραίνουμε ότι

- α) η όμοια διφωνία είναι κι αυτή ένα μουσικό σύστημα ας μην ανήκει στις συμφωνίες της τετρακτύδος
- β) Ο ελάχιστος τόνος της κλίμακας της όμοιας διφωνίας είναι κι αυτός ημιτόνιο
- γ) Η κλίμακα της όμοιας διφωνίας ανήκει στο χρωματικό γένος

Η αποσαφήνιση-«διόρθωση» του Φωκαέως για τους κινούμενους φθόγγους

Ο Φωκαεύς στην Κριπίδα του είναι πιό συγκεκριμένος στο σχήμα του όσων αφορά τους φθόγγους οι οποίοι κατά τον Χρύσανθο κινούνται (Θ. Μέγα της Μουσικής §244). Στο σχήμα του βλέπουμε ότι προτείνει 9 τμήματα για τα ημιτόνια δι-κε και νη-πα. Έτσι και σχηματικά δεν αναιρείται το τέλειο διαπασών από το δια τοιών σύστημα.

τόνων άλλων, καθώς φαίνεται είς τὴν ἐπῆς κατίταντα, η ὄποια εξέστια κατά τὸ τρίχορδον. Τὸν κατά διπλωματαν διείστιν.	Επίκρατος τοι διεργάσου ὥστε κατὰ τὸ τελετεῖον
λειτάρω σ λειτάκες σ	7 12
λειτάρω σ λειτάκες σ	9 12
λειτάρω σ λειτάκες σ	7 12
λειτάρω σ λειτάκες σ	6 12
λειτάρω σ λειτάκες σ	9

## Η σχεδόν ταύτιση του ελάσσονα με τον ελάχιστο τόνο

Ο Χρύσανθος μας δίνει τους λόγους που απαρτίζουν την φυσική κλίμακα με τον ελάσσονα να είναι σχεδόν ίδιος με τον ελάχιστο. Το διαπιστώνουμε αν πάρουμε την λογαριθμική τους σχέση

$$72 * \log((12/11)/1)/\log 2 = 9,03822351 = 9 \text{ μόρια, και}$$
$$72 * \log((88/81)/1)/\log 2 = 8,609876334 = 9 \text{ μόρια.}$$

Ο Απόστολος Κώνστας στο θεωρητικό του, όπως και πολλά άλλα θεωρητικά της εκκλησιαστικής μας μουσικής, πρό της μεταρρύθμισης των τριών διδασκάλων, διαχωρίζει τα διαστήματα σε γεροφωνία και μισιφωνία. Ο λόγος που δεν ανέπτυξαν διαγράμματα με ακριβή μοριακή κατανομή πρέπει να ήταν ο μεγάλος αριθμός των διαφόρων γεροφωνιών και ημιφωνιών ο οποίος έχει περιγραφεί από τους αρχαίους αρμονικούς όπως τον Δίδυμο και αργότερα τον Κλαύδιο Πτολεμαίο.

Έτσι, παρατηρούμε ότι το δια πασών συστήμα απαρτίζεται από τρία μεγάλα διαστήματα-γεροφωνίες και από τέσσερα μικρά-μισιφωνίες.

Αν παρατηρήσουμε την συμπεριφορά αυτών των δύο διαστημάτων, γεροφωνίας (α) και μισιφωνίας (β), διαπιστώνει κανεις ότι η σχέση τους τείνει να ικανοποιεί την χρυσή αναλογία Φ του Πυθαγόρα

$$(\alpha/\beta = (1+\sqrt{5})/2 = 1,618033989).$$

Για πάραδειγμα, διαστήματα που μας δίνει ο Χρύσανθος και όσοι βασίστηκαν σε αυτόν δίνουν  $12/7 = 1,71$ , ενώ του Γάλλου Ducoudray στην ισοβαθμισμένη κλίμακα του  $12/8 = 1,5$ .

Ποιά είναι όμως τα διαστήματα α και β που μας δίνουν ακριβώς την αναλογια  $\Phi$ ;

## Τυπολογισμός Γεροφωνίας α και Μισιφωνίας β κατά το Φ

Λύνουμε σύστημα εξισώσεων με δύο αγνώστους  $\alpha$ =Γεροφωνία και  $\beta$ =Μισιφωνία: η πρώτη εξισώση παριστά το πλήθος των μορίων στο δια πασών το οποίο γίνεται να ορισθεί σε 72:

$$3\alpha+4\beta=72,$$

και η δεύτερη για το  $\Phi$ :

$$\alpha/\beta=(1+\sqrt{5})/2 \quad [\varphi=(1+\sqrt{5})/2=1,618033989]$$

Λύνουμε ως προς  $\alpha$

$$\alpha=(1+\sqrt{5})\beta/2, \alpha=(72-4\beta)/3::$$

και ύστερα υπολογίζουμε το  $\beta$ :

$$(1+\sqrt{5})\beta/2=(72-4\beta)/3 :: \beta=144/(11+3\sqrt{5}) :: \beta=8,131824128=8$$

και  $\alpha=(72-4\beta)/3::$

$$\alpha=(72-4*8,131824128)/3:: \alpha=13,15756783=13$$

### Παρατηρήσεις:

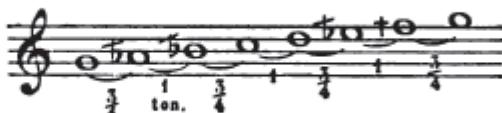
- Στη διεθνή 1200 μοριακή κλίμακα, το μεν  $\alpha=217,48$  cents, το δε  $\beta=137,05$  cents, και η όμοια διφωνία  $(\alpha+\beta)=354,8$  cents.
- Η μεσότητα  $(13+8=21[354,8 \text{ c}])$  είναι ακριβώς στο κέντρο του πενταχόρδου  $21x2=42$  [354,55 c].
- Η διφωνία που προκύπτει:  $13,15756783+8,131824128=21,289391958$  είναι ίση με την διφωνία του Χρυσάνθου (επόγδοος\*επιενδέκατος):

$$72 * \log((27/22)/1)/\log 2=21,27282361$$

- Η όμοια διφωνία δεν αναιρεί την ύπαρξη τετραχόρδων  $8+13+8=29$  [491,60 c], αλλά προτείνει επισης, ελάχιστα εκτεταμένο πενταχόρδο [709,09 c] ως προς το φυσικο [701,95 c].
- Επίσης οι τόνοι και το άθροισμά τους (διάστημα τρίτης) είναι διαδοχικά μέλη της ακολουθίας Fibonacci ...8,13,21...
- Ορίζοντας τα συνολικά τμήματα του διαπασών τιμές άλλων συγκερασμών, διαπιστώνουμε ότι τις μικρότερες διαφορές ως προς τους ολόκληρους αριθμούς περιέχει η κλίμακα των 72 ή ακόμα καλύτερα, των 71 τμημάτων. Όσον αφορά τον συγκερασμό σε 68 τμήματα (Χρυσάνθου), το  $\alpha=12,42659=12$  και το  $\beta=7,6800561=8$ .

8
12
8
12
8
12
8

TRADUCTION  
de l'échelle usitée dans le système de la diphonie  
(genre *semi-chromatique*) (1).



Τις ίδιες τιμές για την όμοια διφωνία στα 68 τμήματα προτείνει κι ο γάλλος μουσικολόγος Bourgault Ducoudray. Ονομάζει δε το γένος αυτής της κλίμακας ημιχρωματικό (genre semi-chromatique).

**Εύρεση των λόγων των διαστημάτων της χρυσής τομής  
(Υπολογισμός μέσου τόνου μεταξύ εφεβδόμου και επογδόου )**

Ο τρόπος υπολογισμού των διαστημάτων της χρυσής κλίμακας της όμοιας διφωνίας είναι κατά τον τρόπο που ακολουθησαν οι αρχαίοι για τον χωρισμό του μείζωνος επογδόου τόνου σε ημιτόνια

α) Παίρνω την διαφορά των δύο λόγων  $7/8/8/9=63/64$

β) Από την διαφορά  $63*2/64*2=126/128$  παίρνω το μισό  $127/128$

γ) Το προσθέτω στον επόγδοο:  $(8/9)*(127/128)=1016/1152=127/144$

Έτσι έχω Μέσος Μείζων τόνος  $\alpha = 127/144$

δ) Αφαιρώ από την διφωνία του Χρυσάνθου τον λόγο αυτόν

$22/27/127/144=352/381$ , αυτός είναι

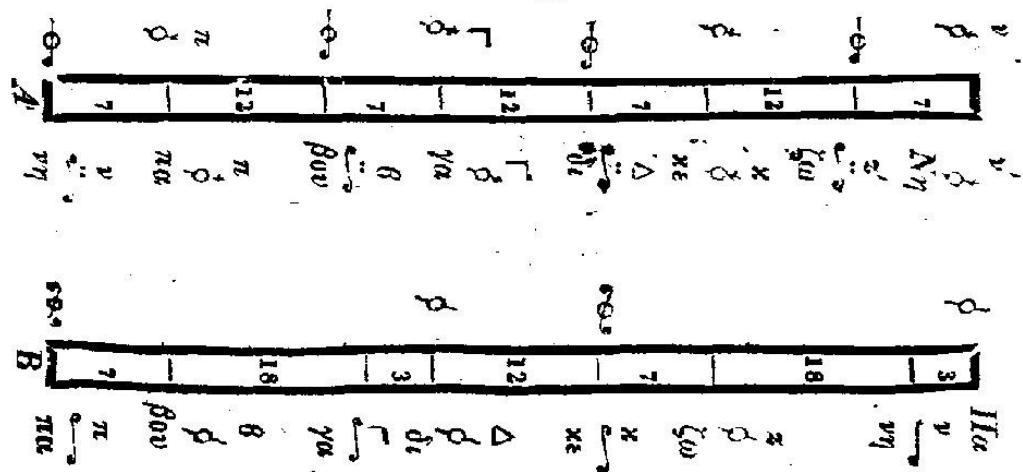
ο Ελάχιστος από όμοια διφωνία  $\beta = 352/381$

Έτσι αυτός ο ελάχιστος μαζί με τον "μέσο" μείζωνα τόνο που υπολόγισα μας απαρτίζουν μια όμοια διφωνία, κατά την λογική υπολογισμών διαστημάτων των αρχαίων με κλάσματα. Αυτά τα διαστήματα μεταφράζονται σε  $13+8$  όπως έβγαλα και προηγουμένως:

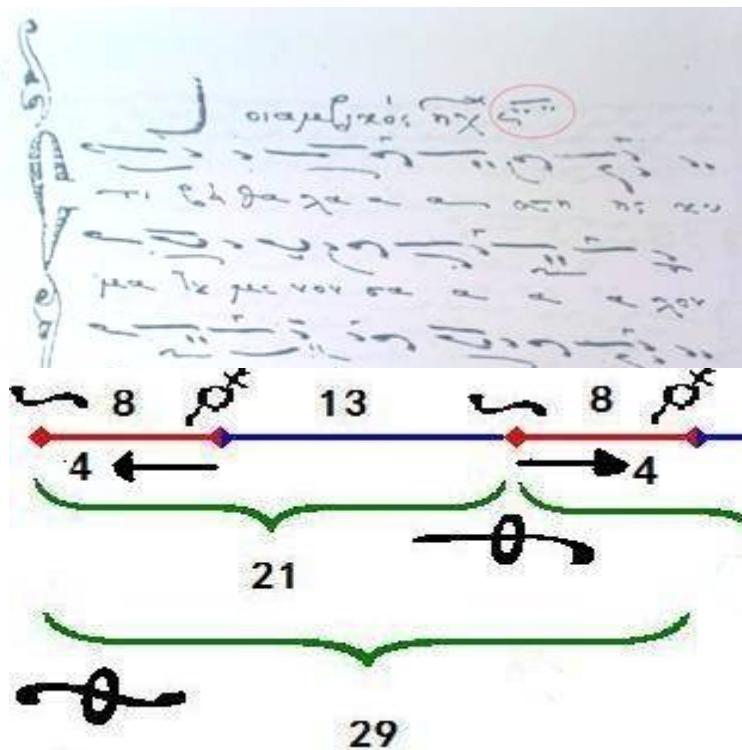
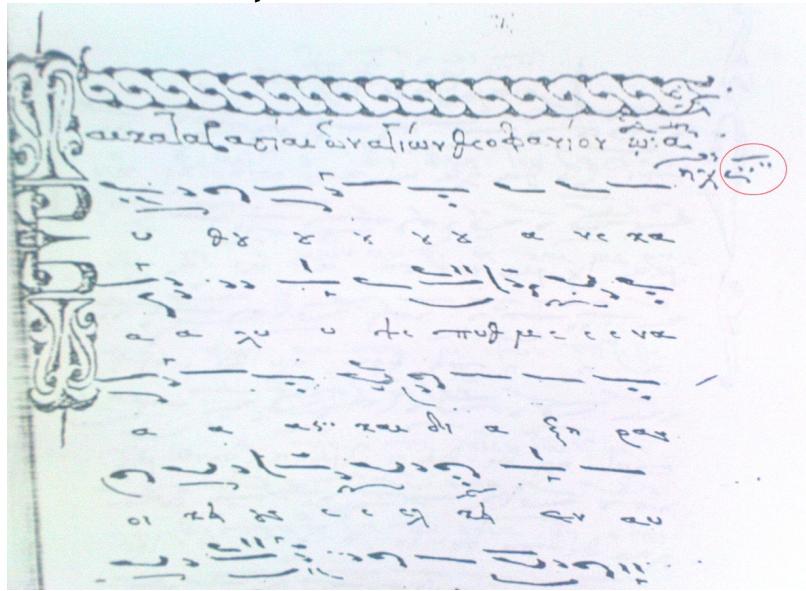
- $72 * \log((144/127)/1)/\log 2 = 13,04930266 = 13$
- $72 * \log((381/352)/1)/\log 2 = 8,223520958 = 8$
- $13,04930266/8,223520958 = 1,586826704$
- Πάλι παρατηρώ ότι ο λόγος των αριθμητικών τους διαστημάτων τείνει στην χρυσή τομή φ

## • Οι Χρωματικές κλίμακες κατά τον Χρύσανθο

- Οι Χρωματικές κλίμακες που μας δίνει ο Χρύσανθος είναι αυτές οι δύο. Η δεύτερη όμως φαίνεται να παίζει επικουρικό ρόλο και παρατηρείται μόνο όταν ο δεύτερος ήχος οδεύει κατά τέτοιον τρόπο ώστε να σχηματίζει τριφωνίες (τετράχορδα)



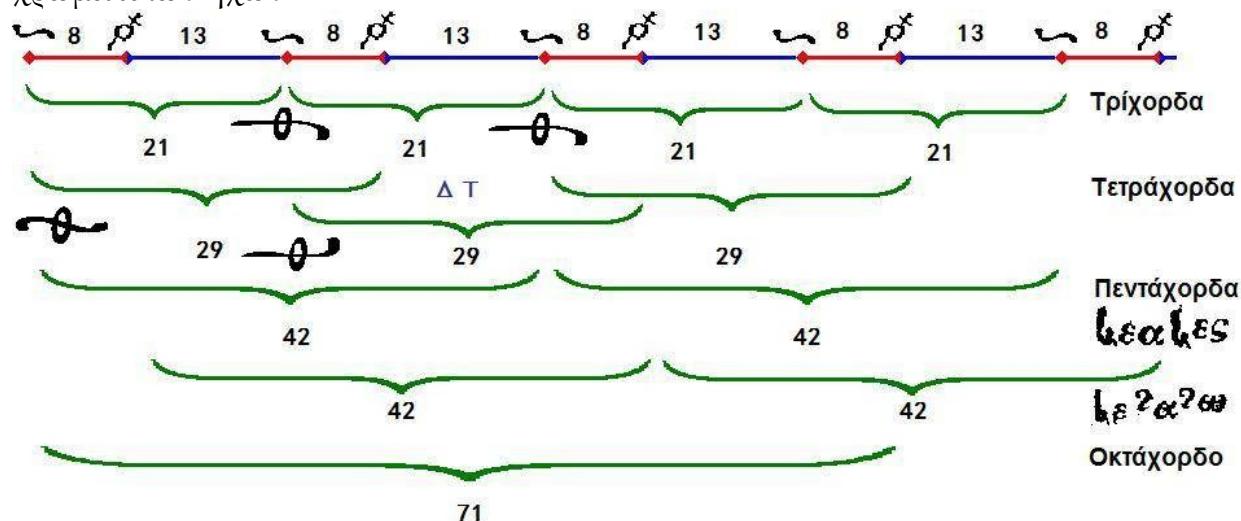
## Κανόνες Θεοφανίων



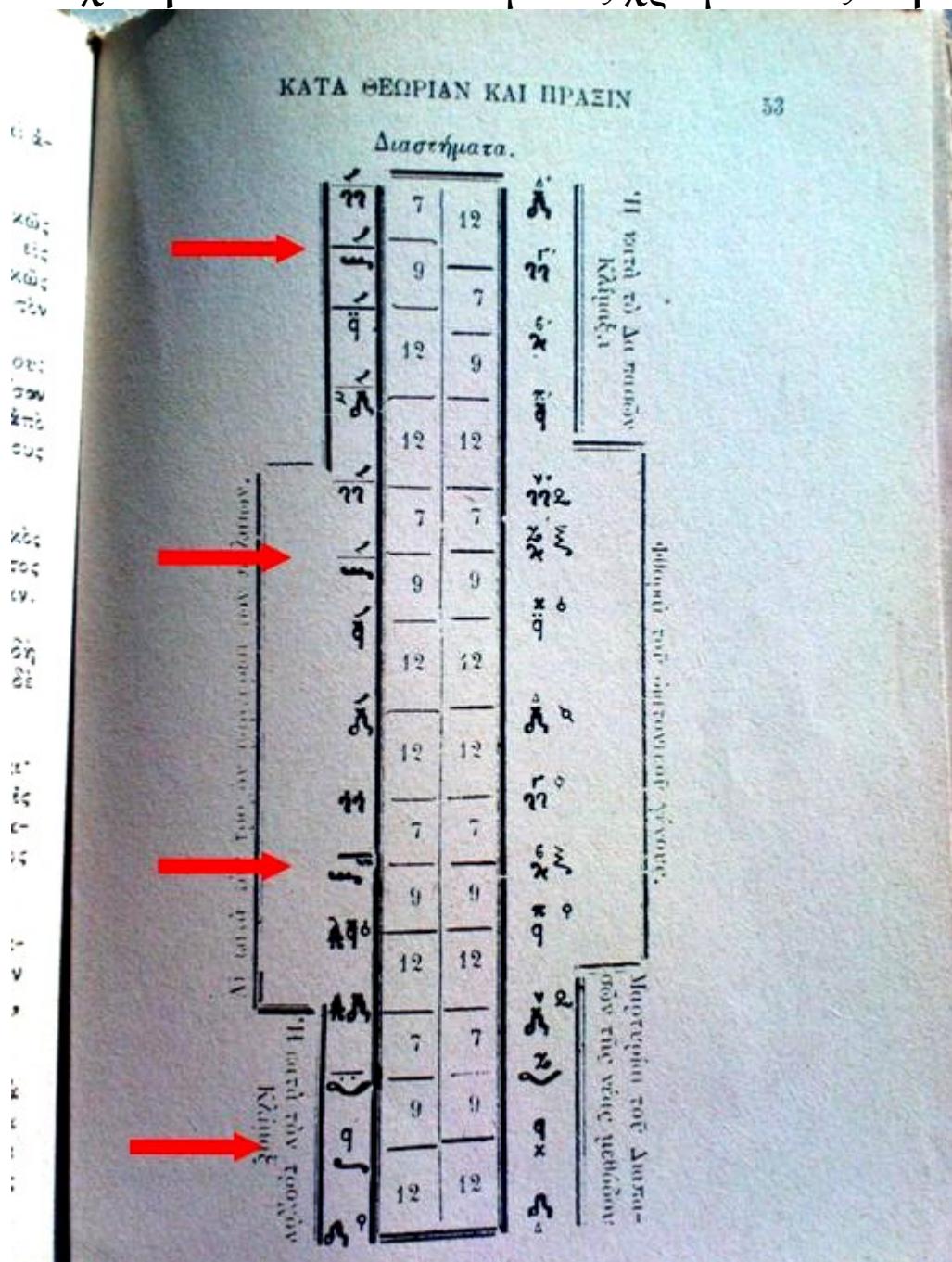
Αν συγκρίνουμε τους δύο κανόνες των Θεοφανίων, βλέπουμε ότι έχουν την ίδια μαρτυρία ήχου στην παλαιά μέθοδο. Στην νέα μέθοδο όμως ο πρώτος κανόνας σημειώνεται με μαρτυρίες της δεύτερης «σκληρής» χρωματικής κλίμακας. Αυτό γίνεται όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω για να υποδηλώσει πέρασμα στο δια τεσσάρων σύστημα χωρίς αναγκαστικά να αλλάξει η κλίμακα. Αυτό έχει αποτέλεσμα όμως να αλλάζουν οι εστώτες φθόγγοι. Εστώτες φθόγγοι είναι οι μη κινούμενοι φθόγγοι. Στο δια τριών οι δύο ακριανοί είναι σταθεροί και κινείται ο μεσαίος ενώ στο δια τεσσάρων οι εσωτερικά κινούμενοι είναι δύο (βλ σχήμα)

Το δια Τριών σύστημα σε σχέση με τα άλλα συστήματα

Στο χρωματικό γένος το δια τριών σύστημα παίζει πρωταγωνιστικό ρόλο. Είναι το μικρότερο συστατικό και η βάση πάνω στην οποία κινούνται όλα τα άλλα συστήματα. Παρατηρούμε ότι δύο τρίχορδα εμπεριέχονται σε ένα τετράχορδο. Επίσης στο τέλος κάθε διφωνίας δύναται η θεμελίωση τετραχόρδου. Το τελευταίο διαψεύδει τις θεωρίες περί δυνών θέσεων για τις διφωνίες των χρωματικών ήχων



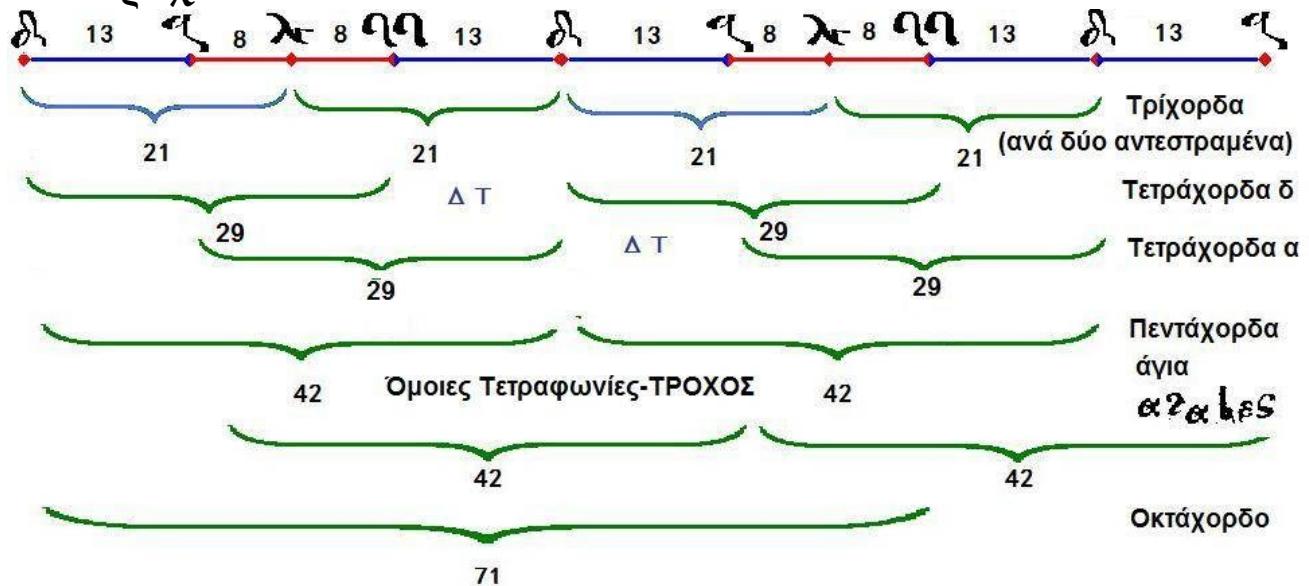
## Η σχέση των διατονικών με τις χρωματικές διφωνίες



Ο Φωκαεύς στην Κρητίδα του μας δείχνει την ταύτιση των χρωματικών με τις διατονικές διφωνίες.

Παρατηρούμε ότι το δια τριών σύστημα κινείται στο εσωτερικό των πενταχόρδων και ότι είναι συστατικό τους.

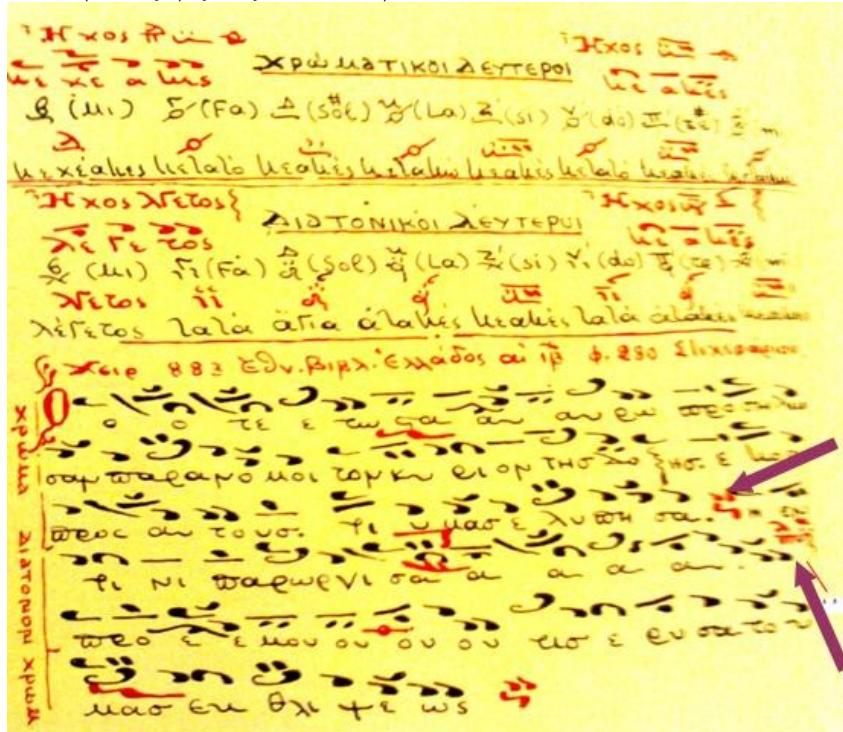
## Η σχέση των διατονικών με τις χρωματικές διφωνίες και τον Τροχό



71

Οι διφωνίες σύμφωνα με τον Φωκαέα υφίστανται και στο διατονικό γένος μόνο που ανά δύο είναι αντεστραμμένες (τα εσωτερικά τους διαστήματα γεροφωνία(13) και μισιφωνία(8) είναι ανάποδα). Με πράσινο άγκιστρο φαίνονται οι κανονικές διφωνίες και με μπλέ οι αντεστραμμένες

## Ότε τω σταυρώ (παρατήρηση Σ. Καρά)

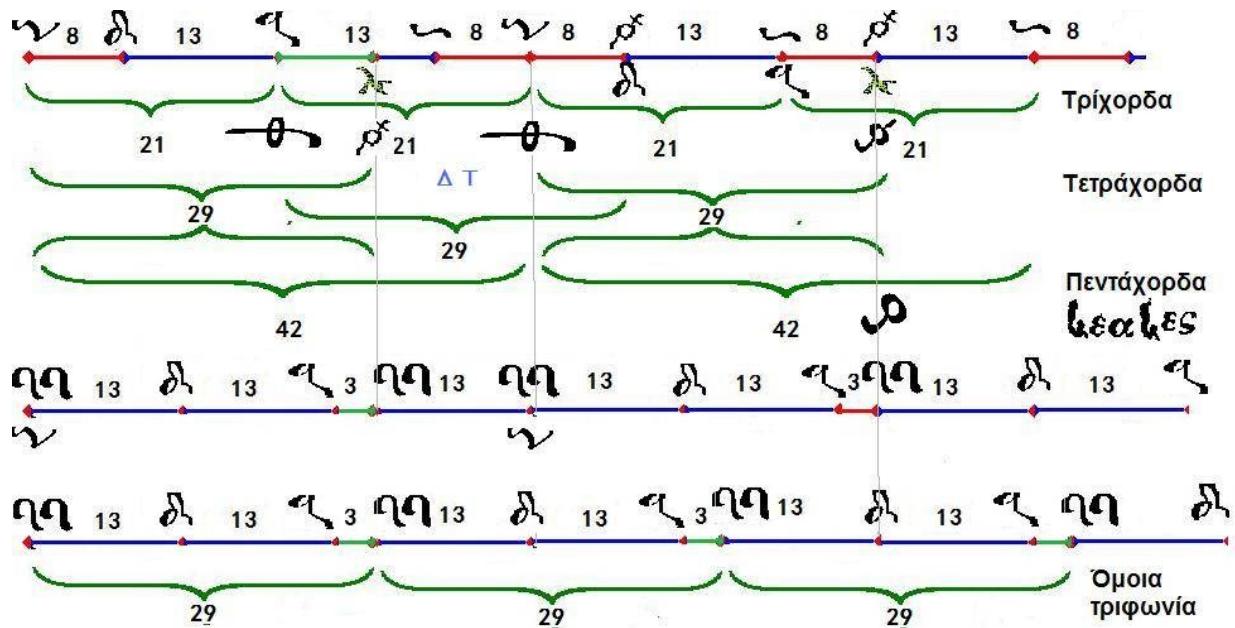


Ο Σίμων Καράς αναφέρει δύο δυτικούς μουσικολόγους Wellesz και τον Tillyard που υποστηρίζουν μεταξί άλλων και την μη ύπαρξη χρωματικών ήχων στους δευτέρους ήχους. Γράφει ο Καράς στο έντυπο με τίτλο "Η ορθή ερμηνεία και μεταγραφή των βυζαντινών μουσικών χειρογράφων", εκδόσεις Εταιρίας μακεδονικών σπουδών 1955, της ανακοίνωσης του Βυζαντινολογικού συνεδρίου της Θεσσαλονίκης το 1953 στη σελίδα 5

"Θα ήτο πολύ δύσκολον, ακολουθούντες τας θέωριας των δυτικών βυζαντινολόγων. περί μή υπάρξεως χρωματικών δευτέρων ήχων εν τή ψαλμωδίᾳ, ν' απαντήσωμεν: πώς π.χ. εις το στιχερόν "Ότε τω σταυρώ προσήλωσαν" του 883 κώδικος της Εθνικής μας Βιβλιοθήκης, αιώνος ιβ', δι ένα και τον αυτόν φθόγγον Δι (ή Sol) μέσον του δευτέρου ήχου (βάσις το ζω ή si), παρουσιάζονται δύο μαρτυρίαι: μια χρωματική κατά τας φράσεις "ελύπησα" και "εκ θλίψεως", και ετέρα διατονική εις το "παρώργισα" εύκολον όμως κατά την βυζαντινή θεωρίαν, καθ' ήν: ο μέν Β ήχος είναι χρωματικός, κατά δε το "παρώργισα" το μέλος κλίνει προς το διατονικόν γένος, καταλήγον εις τον πλάγιον του τετάρτου συνεπώς: η μέν πρώτη μαρτυρία, αφορώσα κατάβασιν τρίτης ελάσσονος χρωματικής (τόνου ημιτόνου) παριστά Δι (ή Σόλ) δίεσιν, ενώ η δευτέρα, αφορώσα κατάβασιν διτόνου μαλακού, παριστά Δι (ή Σόλ) φυσικόν."

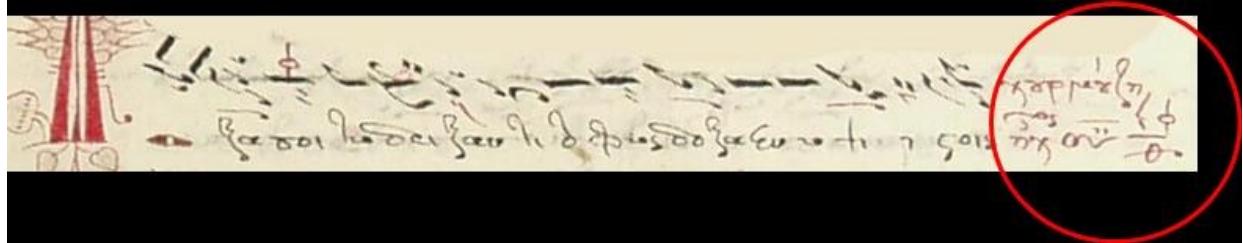
Εδώ ο Καράς θέλει να υποστηρίξει την ύπαρξη του χρωματικού γένους μόνο όπως την ορίζει αυτός: κατάβαση κατά τρίτη ελάσωνα χρωματική (μείζων+αποτομή). Έτσι αναγκαστικά μετακινεί τους εστώτες φθόγκους και υψώνει σε υποτιθέμενη συνέχιση του χρώματος τον Δι(Σόλ). **Με την παραδοχή όμως της ομοίας διφωνίας το τροπάριο "Οτε τω σταυρώ"** όποια κλίμακα κι αν ακολουθήσει, διατονική, χρωματική ή ακόμα και μικτή θα καταλήξει **πάντα στον φυσικό Δι ή Σολ**. Η διατονική κατάληξη στον πλάγιο του τετάρτου επιτυγχανεται με απλή αντιστροφή της έσω χρωματικής διφωνίας Δι Ζω: αντί για Δι9Κε12Ζω ακολουθούμε Δι12Κε9Ζω.

## Δευτερότριτος (Βαρύς) Σχέση διφωνίας με Δια τεσσάρων



Παρατηρούμε πως μεταβαίνουμε από τον βήχο (διφωνία) στον τρίτο (τριφωνία). Ανεβαίνοντας όμοιες διφωνίες ξεκινώντας από θέση νεανές (βαρύς διατονικός-βήχος) στην επταφωνία καταλήγουμε σε θέση νενανώ. Εκεί διαδέχεται το χρώμα της όμοιας διφωνίας η συγγενική προς αυτό χρόα του κλιτού. Το κλιτόν με τη σειρά του διαδέχεται η εναρμόνια φθορά του τρίτου ήχου (ατζέμ). Αυτό το φαινόμενο διαδοχής θέσεων νενανώ από θέσεις νανά (τρίτος ήχος) παρατηρείται σε πολλά μέλη στον βαρύ ήχο αλλά και στις εκφωνήσεις των αποστολικών και ευαγγελικών αναγνωσμάτων. Ο ήχος δηλαδή της εμμελής απαγγελίας και των διασωθέντων μελών της Θείας Λειτουργίας είναι ο δευτερότριτος.

## Δοξολογία Χουρμούζη



Από την αρκτική μαρτυρία του ήχου φαίνεται η εκπόρευση του εναρμονίου βαρέος-δευτερότοιτου από τον διατονικό δεύτερο-βαρύ (ή ημιχρωματικό).

Στην Βάση ισχύει η ποιότητα του νεανές βήχου και στην επταφωνία η ποιότητα νανά του τρίτου ήχου

Στίχοι για τον Βαρύ



Την σχέση του δευτέρου με τον τρίτο μας την τονίζουν και οι στίχοι της Οκτοήχου

‘Οπλιτικῆς φάλαγγος οἰκεῖον μέλος ,

‘Ο τε βάροντος σὺ κλῆσιν εἰληφώς φέρεις.

‘Ηχον τὸν ἀπλοῦν, τὸν βάροντος ἐπώνυμον,

‘Ο τὸς λογισμοὺς ἐν βοαις μισῶν φιλεῖ.

‘Ανδρῶν δὲ ἄσμα δευτερότοιτε βρέμεις ,

‘Ων ποικίλος δὲ, τοὺς ἀπλῆς ἔχεις φίλους.

## Παράδειγμα εμμελούς απαγγελίας με διαδοχή β και γ ήχου από καταγραφή του Αρχιδιακόνου Ανθίμου Λιάπη

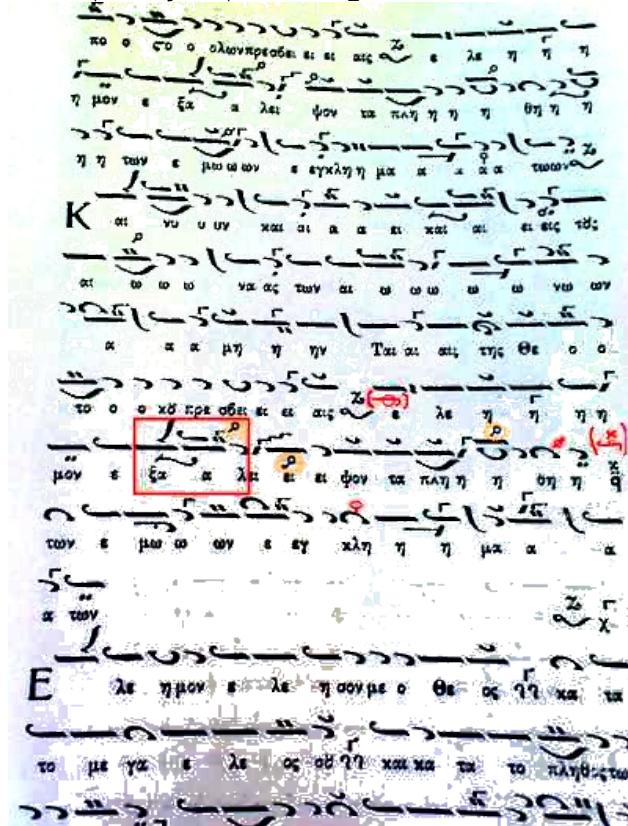
Το ΙΒ' Ευαγγέλιο της Μεγάλης Πέμπτης Εσπέρας και του Μεγάλου Σαββάτου, μετά την εκφοράν του Επιταφίου. Μελοποιηθέν υπό του αοιδίμου Αρχιδιακόνου, Μουσικοδιδασκάλου και πρωτοψάλτου Μεσολογγίου ΑΝΩΝΙΜΟΥ ΛΙΑΠΗ και διορθωθέν κατά την γραφήν και ρύθμισιν υπό του αειμνήστου ΚΩΝΣΤ. Α. ΨΑΧΟΥ, τη αιτήσει του συγγραφέως Κ.Ι. ΠΑΝΑ, κατά το έτος 1943.

Στο "παιχνίδι" της εναλλαγής όμοιας διφωνίας με όμοια τριφωνία είθισται να γίνεται ύψωμα της βάσης ούτως: Έστω είμαστε στον δι τονικά και απαγγέλλουμε νενανώ-νανά τρίτο ήχο με τριφωνία δευτέρου ή αλλιώς αυτό που με μια λέξη λέμε κλιτόν.

Μετατρέπουμε  
τον δι από βάση  
τρίτου σε βάση  
δευτέρου νεανές  
και  
απαγγέλλουμε  
δεύτερο. Στην  
θέση του κε τώρα  
έχουμε θέση<sup>1</sup>  
νενανώ οπότε  
κάνουμε το  
νενανώ νανά<sup>2</sup>  
τρίτο ήχο δηλαδή  
(πάλι κλιτόν) και  
απαγγέλλουμε  
στον κε όπως  
κάναμε

προηγουμένως στον δι. Μετατρέπουμε τον κε από βάση τρίτου σε βάση δευτέρου νεανές και ού το καθεξής.

1<sup>ο</sup> Παράδειγμα μετάβασης από Πρωτο-βαρύ (μακάμ Πεστεγκιάρ) σε τρίτο βαρύ (sample1.mov)



Σε αυτήν την περίπτωση του πρωτόβαρου οι ψάλτες εκτελούν διάφορα διαστήματα. Αναφέρω τις περιπτώσεις:

α) Η διφωνία Ζω-Πα του διατονικού βαρέως είναι ίδια με την διφωνία Ζω-Πα του εναρμονίου. Η διαφορά είναι ότι στον διατονικό βαρύ το διάστημα Ζω-Νη είναι ημιτόνιο και το Νη-Πα υπερμείζων τόνος ενώ στον εναρμόνιο ο Ζω-Νη και ο Νη-Πα είναι μείζονες τόνοι. Από τον πα και άνω ακολουθείται πορεία πρώτου ήχου. Έτσι το διάστημα Ζω-Γα είναι τέλειο τετράχορδο.

β) ακολουθείται όμοια διφωνία από τον κάτω ζω μέχρι τον άνω πα. Σε αυτήν την περίπτωση η διφωνία Ζω-Πα είναι μικρότερη από του εναρμονίου και όμοια με την Πα-Γα. Ο Γα σε αυτήν την περίπτωση είναι σηκωμένος εν συγκρίσει με τον φυσικό του πρώτου ήχου.

γ) Η διφωνία Ζω-Πα εκτελείται μικρότερη του εναρμονίου αλλά ο Γα παραμένει στην φυσική του θέση (του πρώτου ήχου). Σε αυτήν την περίπτωση το πεντάχορδο Ζω-Γα είναι ελαττωμένο.

2º Παράδειγμα μετάβασης από δεύτερο βαρύ (πρωτόβαρυς-Πεστεγκιάρ) σε τρίτο βαρύ (sample2.mov)

Στο ηχητικό παράδειγμα του χερουβικού (sample2) παρατηρούμε τα εξής (βλ και σχήμα κλίμακες Α,Β,Γ)

[A]"τον τρισάγιον ύμνον" είναι πλάγιος του πρώτου,  
"ύμνον προσάδοντες" είναι διατονικός βαρύς (πρωτόβαρυς).

[Γ] Στο "Πάσαν την βιωτικήν" περνάει στον εναρμόνιο βαρύ ή πιο σωστά αν προτιμάτε τοίτο εναρμόνιο στην αυτή βάση του ζω

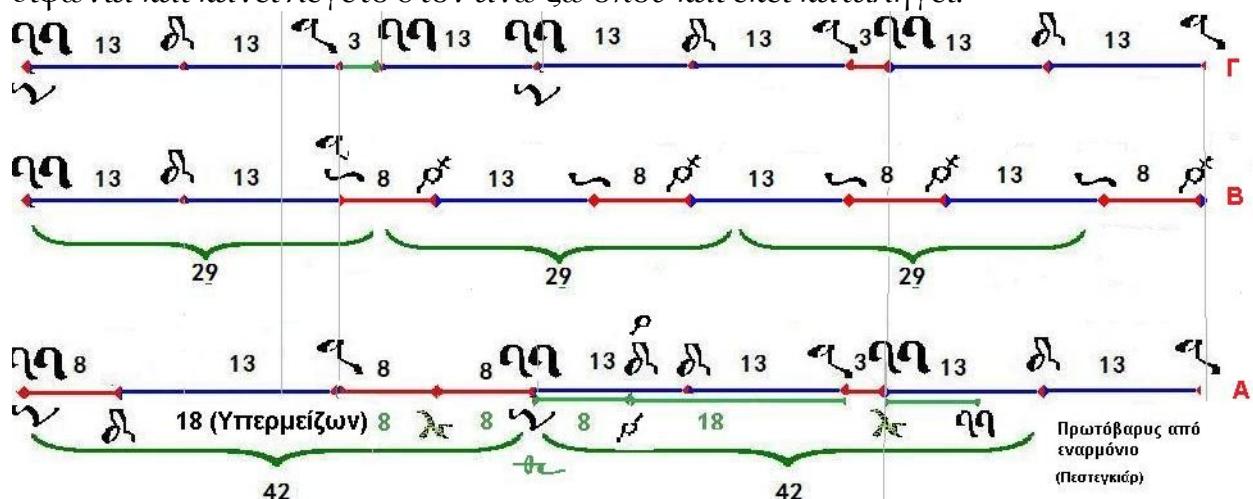
Στο «αποθόμεθα» καταλήγει ακολουθώντας την εναρμόνια κλίμακα στον πλάγιο του πρώτου, στον Πα ο οποίος είναι ταυτόσημος με τον Πα του διατονικού.

[B] Στο "μέριμναν":

από τον Πα ανεβαίνει χρωματικά κατα διφωνία φτάνοντας μέχρι τον άνω Πα(θέση νενανω μια οκτάβα ακοιβώς από τον κάτω Πα).

καταλήγει συνεχίζοντας χωριστικές διφωνίες μέχοι τον κάτω ζω (νεχεανες).

Στις τελευταίες συλλαβές "-οιμναν«, στα τελευταία μέτρα, αφήνει την όμοια διφωνία και κάνει λέγετο στον άνω ζω όπου και εκεί καταλήγει.



**Παρατήση:** Στον βαρύ το δια τοιών σύστημα παίζει μεταβατικό όλο.

Αλλάζοντας συστήματα από δια τριών σε δια τεσσάρων και μετακινόντας τους μη εστώτες φθόγγους σχηματίζονται θέσεις πρώτου, μαλακού ή σκληρού χρωματικού δευτέρου και εναρμονίου βαρέως.

## «Τέταρτος και Πρώτος και δεύτερος Εστίν»

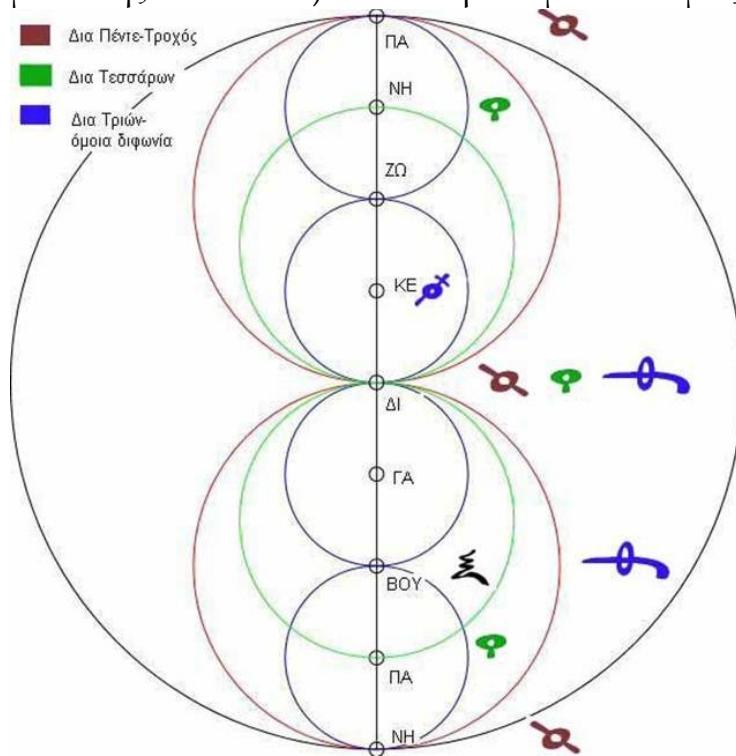
Εξετάζοντας τα συστήματα που χρησιμοποιεί ο τέταρτος ήχος παρατηρούμε ότι α)Κατά το δια πέντε σύστημα (τροχός) ο Τέταρτος ήχος άγια από Δι βρίσκεται στο μέσον μεταξύ του τετραφώνου τετάρτου εκ του άνω Πα και του πλαγίου του τετάρτου Εκ του Νή.

β)Κατά το δια τεσσάρων ο τέταρτος ήχος, άγια στιχεραρικός (που είναι και πρώτος) βρίσκεται πάλι στο μέσον του τριφώνου του τετάρου εκ του άνω Νή και παραμέσου του τετάρτου εκ του πά

γ)Κατά το δια τριών ο τέταρτος ήχος, λέγετος αυτή τη φορά, βρίσκεται πάλι στο μέσον, ανάμεσα από τον τέταρτο εκ του δί (άγια) και τον πλάγιο του τετάρτου εκ του Νή.

Ο τέταρτος ήχος δηλαδή παρατηρούμε ότι βρίσκεται πάντα στην μεσότητα και ότι χρησιμοποιεί όλα τα μουσικά συστήματα.

Παρατηρούμε ότι η ονομασία του ήχου αλλάζει αναλόγως το σύστημα που ακολουθούμε. Έτσι ξεκινώντας από τον φθόγγο Νη για παράδειγμα (τέταρτος ήχος) και ακολουθώντας το δια τριών σύστημα στον Δι έχουμε δεύτερο ήχο, ακολουθώντας το δια τεσσάρων έχουμε πρώτο ήχο και ακολουθώντας το δια πέντε (τροχό) έχουμε τέταρτο ήχο. Επίσης μόνο με την χρήση του τροχού στο διαπασών στον ίδιο φθόγγο βρίσκουμε διαφορετικό ήχο. «εκάστη τετραφωνία εν τε αναβάσει και καταβάσει αποτελεί ίδιον ήχον» (Κ. Ψάχου Παρασημαντικής μουσικής σελίδα 140) Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται διπλοπαραλλαγή.

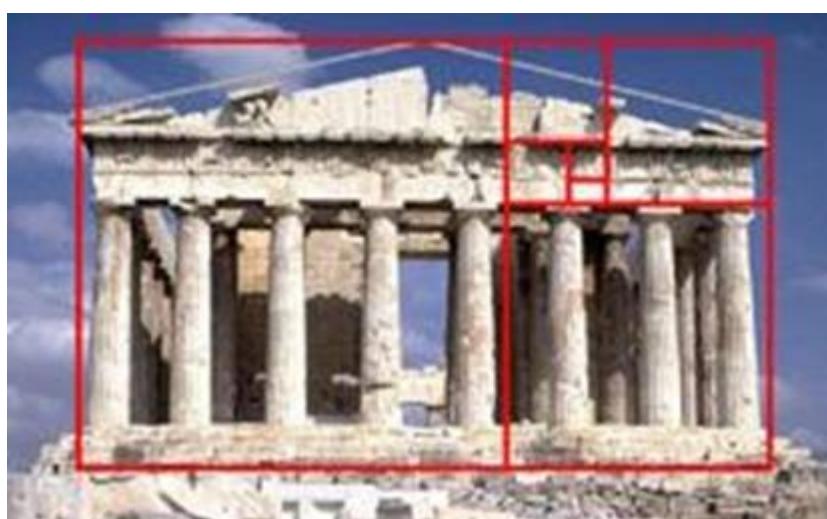


## Το δέντρο των Γενών



Από τα παραδείγματα βλέπουμε ότι το Σκληρό Χρωματικό γένος όπως και το Εναρμόνιο προκύπτουν από το Διατονικό και το ημιχρωματικό της όμοιας διφωνίας. Επίσης παρατηρούμε ότι το δια τριών σε πολλές περιπτώσεις παίζει ρόλο μεταβατικό για το εναρμόνιο και το σκληρό χρωματικό γένος.

## Η Χρυσή τομή και το δια τριών σύστημα στην φύση και στην Αρχιτεκτονική



Το δια τριών σύστημα της όμοιας διφωνίας είναι η μικρότερη ψηφίδα και η βάση των υπολοίπων συστημάτων. Είναι το σύστημα που προτυπώνεται η συμμετρία και η αρετή. Είναι το στημόνι της μουσικής μας.

## Πηγές-Βοηθήματα:

- Πλάτωνος «Τίμαιος»
- Αριστοτέλους, Ηθικά «Νικομάχεια»
- Ευκλείδου «Στοιχεία»
- Αριστόξενου, «Αρμονικά Στοιχεία»
- Πλουτάρχου «Περι Μουσικής»
- Χρυσάνθου αρχιεπισκόπου Διρραχίου «Θεωρητικόν Μέγα της Μουσικής», έκδοση Τεργέστης 1832
- Θεοδώρου Φωκαέως «Κρηπίς του Θεωρητικού και Πρακτικού της Εκκλησιαστικής Μουσικής», Κωνσταντινούπολη 1864 (β έκδοση)
- Αποστόλου Κώνστα του Χίου «Τεχνολογία της μουσικής» κώδικας 1867 του 1820 ΕΒΕ, επανέκδοση Χαραλάμπους Καρακατσάνη Αθήνα 1995
- Κλεωνίδου «Εισαγωγή αρμονικής»
- Bourgault Ducoudray «Etudes sur la Musique Ecclesiastique Grecque», Paris 1877
- Σίμωνος Καρά "Η ορθή ερμηνεία και μεταγραφή των βυζαντινών μουσικών χειρογράφων", εκδόσεις Εταιρίας μακεδονικών σπουδών 1955
- Κωνσταντίνου Ψάχου «Η Παρασημαντική της Βυζαντινής Μουσικής» εν Αθήναις 1917, επανέκδοση από εκδόσεις Διόνυσος Αθήνα 1978
- Θωμά Αποστολοπούλου, «Ο Απόστολος Κώνστας ο Χίος και η Συμβολή του στη Θεωρία της Μουσικής Τέχνης», έκδοση Ιδρύματος Βυζαντινής Μουσικολογίας Αθήνα 2002
- Σόλωνα \n Μιχαηλίδη «Εγκυκλοπαίδεια της αρχαίας ελληνικής μουσικής», έκδοση Μορφωτικού Ιδρύματος Εθνικής Τραπέζης 1982